

# 中微子质量与振荡

罗子辰 2022080183

清华大学物理系，北京市，中国

April 2025

## 摘要

在标准模型 (SM) 中，中微子最初被视为无质量的左手费米子，其独特之处在于仅通过弱相互作用与其他粒子发生作用。然而，中微子振荡的发现为中微子具有非零质量提供了确凿证据，这表明必须引入超越标准模型的物理理论。本文首先介绍了标准模型的基本框架，包括其规范结构、费米子内容，以及通过希格斯场实现的电弱对称性自发破缺机制。我们详细探讨了通过 Yukawa 耦合生成费米子质量的机制，并强调了该机制无法解释中微子质量的原因，即缺乏右手分量以及规范不变性的要求。随后，我们转向实验发现，回顾了太阳中微子问题与大气中微子异常的解决过程，特别关注 Super-Kamiokande 探测器和长基线中微子振荡实验的结果。最后，本文综述了引入中微子质量的理论扩展方案，包括 Dirac 和 Majorana 形式，以及 seesaw 机制。

关键词：中微子，标准模型，规范不变性， $SU(3)_C$ ， $SU(2)_L$ ， $U(1)_Y$ ，汤川耦合，电弱对称性破缺，希格斯机制，弱相互作用，太阳中微子问题，中微子探测，Super-Kamiokande，中微子振荡，超越标准模型，狄拉克中微子，马约拉纳中微子，跷跷板机制，无中微子双贝塔衰变，轻子味破坏

## ABSTRACT

In the Standard Model (SM), neutrinos were originally considered massless left-handed fermions that interact solely via the weak force. This exclusivity made them particularly unique. However, the discovery of neutrino oscillations has provided compelling evidence that neutrinos possess non-zero mass, thereby necessitating the introduction of physics beyond the Standard Model. This paper begins by outlining the foundational structure of the Standard Model, including its gauge symmetry, fermion content, and the mechanism of electroweak symmetry breaking via the Higgs field. We examine in detail the generation of fermion masses through Yukawa couplings, and highlight why this mechanism fails in the case of neutrinos—namely, due to the absence of right-handed components and the constraints imposed by gauge invariance. The discussion then turns to key experimental findings, reviewing the resolution of the solar neutrino problem and the atmospheric neutrino anomaly, with a focus on the results from the Super-Kamiokande detector and long-baseline neutrino oscillation experiments. Finally, we survey theoretical extensions that accommodate neutrino mass, including both Dirac and Majorana formulations, as well as the seesaw mechanism.

*Keywords: Neutrino, Standard Model, Gauge Invariance,  $SU(3)_C$ ,  $SU(2)_L$ ,  $U(1)_Y$ , Yukawa Coupling, Electroweak Symmetry Breaking, Higgs Mechanism, Weak Interaction, Solar Neutrino Problem, Neutrino Detection, Super-Kamiokande, Neutrino Oscillations, Beyond the Standard Model, Dirac Neutrino, Majorana Neutrino, Seesaw Mechanism, Neutrinoless Double Beta Decay, Lepton Flavour Violation*

## 1 引言

中微子的研究在过去近一个世纪中始终处于粒子物理发展的核心地位。中微子最初由沃尔夫冈·泡利于 1930 年提出，以解释贝塔衰变中表观的能量守恒违背现象。1956 年，克莱德·考恩和弗雷德里克·赖因斯首次在实验中探测到中微子，这一发现标志着探索中微子性质的时代正式开启。中微子是标准模型中最神秘的粒子之一。在标准模型框架下，中微子被视为无质量的左手费米子，仅通过弱相互作用参与相互作用，这使得其极其难以探测。

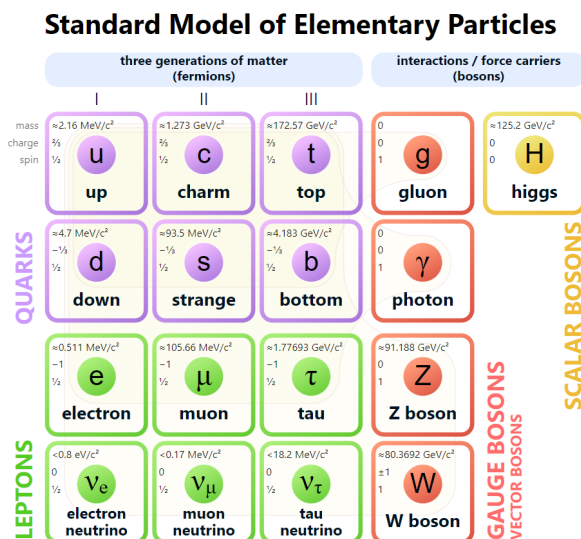


图 1: 粒子物理的标准模型 [1]

在几十年间，中微子被认为是无质量的，这一观点与标准模型的预测相一致。然而，在 1990 年代末，尤其是来自日本 Super-Kamiokande 探测器的实验结果，动摇了这一长期以来的假设。Super-Kamiokande 实验团队提供了中微子振荡的确凿证据，即中微子在传播过程中可以转变其味道 (flavour)。这种现象意味着中微子具有非零质量，因为只有质量不同的中微子才能发生振荡。中微子质量的确认开启了通往超越标准模型新理论的大门，标志着粒子物理理论框架需作出相应修正。

太阳中微子问题是中微子振荡的最早线索之一。1960 年代，Homestake 实验以及随后其他太阳中微子实验发现，从太阳观测到的中微子数目远低于理论预测。这一问题的解决来自中微子振荡的发现：部分中微子在到达地球前已改变味道，从而未以预期的电子中微子形式被探测到，导致观测数目减少。

中微子振荡的发现是粒子物理史上的一个转折点，它明确指出标准模型必须扩展，以容纳带质量的中微子。本文首先回顾中微子在标准模型中的角色，重点探讨其作为左手 Weyl 旋量的描述、缺乏右手中微子的问题，以及现有质量生成机制的局限性。我们分析了希格斯机制及电弱对称性破缺如何生成粒子质量，并说明为何该机制无法适用于中微子。

在超越标准模型的理论框架中，科学家提出了多种方案以解释中微子的非零质量，包括引入右手中微子的 seesaw 机制，以及中微子可能为 Majorana 粒子的假设。我们也探讨了相关的实验进展，如长基线中微子振荡实验和无中微子双贝塔衰变的搜寻，这些实验为检验上述理论提供了关键数据。这些研究不仅有助于揭示中微子质量的本质，也对理解宇宙中物质-反物质不对称等基础问题具有重要意义。

本文旨在提供关于中微子理论与实验研究现状的全面综述，从标准模型中的地位出发，追踪其在理论与实验层面的发展路径，并强调当前探索这些难以捉摸粒子的持续努力。

## 2 标准模型中的质量生成机制

粒子物理的标准模型成功地描述了除引力外的所有基本粒子及其相互作用。它被构建为一个可重整化的量子规范场论，其对称群为：

$$G_{SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

该结构决定了基本相互作用——强相互作用（QCD）、弱相互作用与电磁相互作用，并按照这些对称群的变换方式对已知基本粒子（夸克、轻子、规范玻色子和希格斯玻色子）进行分类。标准模型的一个关键预测是，中微子是严格无质量的，这一设定来自模型最小化的建构方式以及其提出时的实验背景。要理解这一点，需仔细审视标准模型的结构，特别是其手征性以及质量生成机制。

### 2.1 规范结构与费米子内容

标准模型的规范群决定了粒子间的相互作用：

- $SU(3)_C$  (**色荷**)：这是量子色动力学（QCD）的规范群，描述强相互作用。夸克具有三种“颜色”，在该群的基本表示（**3**）下变换，并通过八种无质量胶子相互作用。轻子是色荷单态（singlet），不参与强相互作用<sup>[2]</sup>。
- $SU(2)_L$  (**弱同位旋**)：该群控制弱相互作用。重要的是，它是一个手征的规范理论，即对左手与右手费米子具有不同的处理方式。只有左手费米子携带弱同位旋，作为  $SU(2)_L$  的双重态变换<sup>[3]</sup>。
- $U(1)_Y$  (**弱超荷**)：这是一个阿贝尔群，为每个粒子赋予弱超荷  $Y$ 。在电弱对称性破缺后，电荷  $Q$  由此产生<sup>[4]</sup>。

除中微子（在最小标准模型中假设无右手分量）外，所有费米子都可以表示为狄拉克旋量<sup>[5]</sup>，即具有四分量的对象：

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}.$$

每个狄拉克费米子包含左手和右手分量，这些分量可通过投影算符提取：

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2},$$

在 Weyl（手征）表象下， $\gamma^5$  矩阵为

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

投影算符具体形式为<sup>[6]</sup>：

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

将投影算符作用于狄拉克旋量，可得：

$$\psi_L = P_L \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_R = P_R \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_R \end{pmatrix},$$

其中  $\xi_L$  和  $\eta_R$  分别为左手和右手的两分量 Weyl 旋量。

在标准模型中，左手 Weyl 旋量被指定为  $SU(2)_L$  的双重态，而右手分量则为单态<sup>[3]</sup>。例如：

$$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2), \quad e_R^- \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1);$$

$$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{2}, 1/6), \quad \begin{cases} u_R \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3) \\ d_R \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3) \end{cases}$$

其中第一项表示色荷（1 表示单态，3 表示三重态，8 表示八重态）；第二项表示弱同位旋（1 表示单态，2 表示双重态）；第三项表示超荷  $Y$ ，其定义由下列公式给出：

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2},$$

其中  $Q$  为电荷， $T_3$  为弱同位旋第三分量。这一赋值是标准模型的基本假设之一，并通过实验观测得到支持，特别是弱相互作用中的宇称不守恒现象。

左右手费米子的不对等处理方式与宇称不守恒现象紧密相关。历史上曾认为物理定律在宇称变换下应保持不变，直到杨振宁和李政道于 1956 年提出弱相互作用可能违反宇称对称<sup>[7]</sup>。这一大胆假设很快由吴健雄等人通过对  $\beta$  衰变的实验确认，结果表明弱相互作用最大程度地违反宇称——只允许左手粒子与右手反粒子参与。

需要注意区分手征性 (chirality) 和螺旋性 (helicity)。手征性是群表示上的性质，表征旋量在洛伦兹群下的变换方式，由上述投影算符严格定义。螺旋性则是可观测量，定义为自旋矢量在动量方向上的投影。对于无质量粒子，手征性与螺旋性一致，因为洛伦兹变换无法反转动量方向。但对于有质量粒子，洛伦兹变换可进入另一个参考系，从而反转动量方向，使螺旋性翻转，而手征性保持不变。因此，对有质量的费米子来说，手征性与螺旋性是两个不同的概念<sup>[8]</sup>。

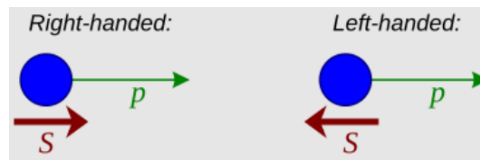


图 2: 手征性是一个洛伦兹不变的性质<sup>[8]</sup>

## 2.2 为什么在标准模型中显式质量项是被禁止的

在量子场论中，费米子质量项的形式<sup>[5]</sup>为

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -m\bar{\psi}\psi,$$

其中  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ ， $m$  是具有质量维度的常数。该项在洛伦兹变换下是协变的，并在没有内禀规范对称性的理论中是允许的。然而，在标准模型中，规范对称性的存在限制了拉格朗日中可包含的项的形式。我们现在将展示为什么  $\bar{\psi}\psi$  在标准模型的规范群下不是不变的：

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y.$$

- 在  $SU(3)_C$  下：夸克的左手和右手分量（而非轻子）都作为三重态变换：

$$\psi \rightarrow U\psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}U^\dagger,$$

其中  $U \in SU(3)_C$ 。质量项的变换为：

$$m\bar{\psi}\psi \rightarrow m\bar{\psi}U^\dagger U\psi = m\bar{\psi}\psi.$$

因此，该质量项在  $SU(3)_C$  下是不变的。

- 在  $SU(2)_L$  下：弱相互作用群  $SU(2)_L$  仅作用于左手场。具体地，

$$\psi_L \rightarrow V\psi_L, \quad \psi_R \rightarrow \psi_R, \quad \bar{\psi}_L \rightarrow \bar{\psi}_L V^\dagger, \quad \bar{\psi}_R \rightarrow \bar{\psi}_R,$$

其中  $V \in SU(2)_L$ 。显式地写出质量项：

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)(\psi_L + \psi_R) = m\bar{\psi}_L\psi_L + m\bar{\psi}_L\psi_R + m\bar{\psi}_R\psi_L + m\bar{\psi}_R\psi_R.$$

在 Weyl 表象中，手征分量的形式为：

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \xi_L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_R \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi}_L = (\xi_L^\dagger, 0)\gamma^0 = (0, \xi_L^\dagger), \quad \bar{\psi}_R = (0, \eta_R^\dagger)\gamma^0 = (\eta_R^\dagger, 0).$$

因此，

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_L\psi_L &= (0, \xi_L^\dagger) \begin{pmatrix} \xi_L \\ 0 \end{pmatrix} = 0, \quad \bar{\psi}_R\psi_R = (\eta_R^\dagger, 0) \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_R \end{pmatrix} = 0. \\ \bar{\psi}_L\psi_R &= (0, \xi_L^\dagger) \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_R \end{pmatrix} = \xi_L^\dagger \eta_R, \quad \bar{\psi}_R\psi_L = (\eta_R^\dagger, 0) \begin{pmatrix} \xi_L \\ 0 \end{pmatrix} = \eta_R^\dagger \xi_L. \end{aligned}$$

因此，完整的质量项为：

$$m\bar{\psi}\psi = m(\xi_L^\dagger \eta_R + \eta_R^\dagger \xi_L).$$

各项变换为：

$$m\bar{\psi}_L\psi_R \rightarrow m\bar{\psi}_L V^\dagger \psi_R, \quad m\bar{\psi}_R\psi_L \rightarrow m\bar{\psi}_R V \psi_L.$$

除非  $V = \mathbf{I}$ ，这些项不保持不变，因此质量项破坏了  $SU(2)_L$  的规范不变性。

- 在  $U(1)_Y$  下：

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha Y} \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-i\alpha Y},$$

其中  $Y$  是该场的超电荷。在标准模型中，费米子的左手和右手分量具有不同的超电荷，即：

$$Y_L \neq Y_R.$$

因此，质量项变换为：

$$m\bar{\psi}_L\psi_R \rightarrow m e^{i\alpha(Y_R - Y_L)} \bar{\psi}_L\psi_R,$$

除非  $Y_L = Y_R$ ，该项不会在  $U(1)_Y$  下保持不变，而在标准模型中并不满足此条件。

尽管质量项  $\bar{\psi}\psi$  在洛伦兹变换和  $SU(3)_C$  下是协变的，但它在  $SU(2)_L$  和  $U(1)_Y$  下不具有不变性。由于标准模型的拉格朗日必须在  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  下不变，因此这种质量项是被禁止的。这就需要引入一种替代机制——即通过自发对称性破缺的希格斯机制——以规范不变的方式生成粒子质量。

### 2.3 希格斯双重态与 Yukawa 相互作用

如前所述，在标准模型中，费米子的质量不是直接引入的，而是通过电弱对称性破缺 (EWSB) 后与希格斯场的相互作用动态地产生的。设  $\Phi$  为复标量希格斯场，它在  $SU(2)_L$  下为双重态，并具有超电荷

$Y = +1/2$ :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1/2) \quad \text{在 } SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \text{ 下.}$$

其中  $\phi^+$  和  $\phi^0$  是复标量场<sup>[3]</sup>。各分量的电荷为  $Q(\phi^+) = T_3 + Y/2 = (+1/2) + (1/2)/2 = +1$ ，而  $Q(\phi^0) = (-1/2) + (1/2)/2 = 0$ 。

为了为不同类型的费米子生成质量，我们引入费米子场与希格斯场之间的规范不变相互作用项，称为 Yukawa 相互作用。此类相互作用项的结构取决于费米子的种类（轻子、上型夸克、下型夸克）。

设左手轻子双重态为  $L_i = (\nu_{iL}, e_{iL})^T$ ，左手夸克双重态为  $Q_i = (u_{iL}, d_{iL})^T$ ，右手单重态为  $e_{iR}$ 、 $u_{iR}$  和  $d_{iR}$ ，其中  $i = 1, 2, 3$  为代数指标。它们的量子数为：

- $L_i \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2)$
- $e_{iR} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1)$
- $Q_i \sim (\mathbf{3}, \mathbf{2}, +1/6)$
- $u_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3)$
- $d_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)$

注意，所有右手场在  $SU(2)_L$  下均为单重态。

这些规范不变的 Yukawa 拉格朗日项构造如下（默认对代数指标  $i, j$  求和，Yukawa 耦合为矩阵  $y$ ）：

**带电轻子：**

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk, e}} = -y_e^{ij} \bar{L}_i \Phi e_{jR} + \text{h.c.}$$

**下型夸克：**

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk, d}} = -y_d^{ij} \bar{Q}_i \Phi d_{jR} + \text{h.c.}$$

**上型夸克：** 为了构造上型夸克的规范不变项，我们引入共轭希格斯场  $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$ ，其中  $\sigma_2$  为第二个泡利矩阵。此时  $\tilde{\Phi} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2)$ ：

$$\tilde{\Phi} = i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\phi^+)^* \\ (\phi^0)^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\phi^0)^* \\ -(\phi^+)^* \end{pmatrix}.$$

对应的 Yukawa 项为：

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk, u}} = -y_u^{ij} \bar{Q}_i \tilde{\Phi} u_{jR} + \text{h.c.}$$

**规范不变性的验证：** 以带电轻子项为例  $\mathcal{L}_{\text{Yuk, e}} = -y_e \bar{L} \Phi e_R + \text{h.c.}$ ：

- 在  $SU(3)_C$  下：轻子和希格斯场在  $SU(3)_C$  下为单重态，该项显然不变。对于夸克， $Q_i$  和  $d_{jR}$  为三重态，设  $U \in SU(3)_C$ ，则：

$$\bar{Q}_i \rightarrow \bar{Q}_i U^\dagger, \quad d_{jR} \rightarrow U d_{jR}, \quad \Rightarrow \quad \bar{Q}_i \Phi d_{jR} \rightarrow \bar{Q}_i U^\dagger \Phi U d_{jR} = \bar{Q}_i \Phi d_{jR}.$$

- 在  $SU(2)_L$  下：设  $V \in SU(2)_L$ ，则  $L \rightarrow VL$ 、 $\Phi \rightarrow V\Phi$ 、 $e_R \rightarrow e_R$ 。因此：

$$\bar{L} \Phi e_R \rightarrow (\bar{L} V^\dagger)(V \Phi) e_R = \bar{L} \Phi e_R.$$

- 在  $U(1)_Y$  下：设各场变换为  $\psi \rightarrow e^{i\alpha Y_\psi} \psi$ ，则：

$$\bar{L} \Phi e_R \rightarrow e^{-i\alpha Y_L} \bar{L} \cdot e^{i\alpha Y_\Phi} \Phi \cdot e^{i\alpha Y_{e_R}} e_R.$$

使用超电荷：

$$-Y_L + Y_\Phi + Y_{e_R} = -(-1/2) + (+1/2) + (-1) = 0.$$

因此该项在  $U(1)_Y$  下不变。

Yukawa 相互作用项结合了希格斯场与费米子表示, 可在  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  下保持不变, 因此标准模型拉格朗日中是允许的<sup>[3]</sup>。质量的起源正是源于希格斯机制与 Yukawa 相互作用的协同作用。

## 2.4 电弱自发对称性破缺

希格斯场的动力学由其势能决定<sup>[9]</sup>:

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2,$$

其中  $\lambda > 0$ 。为了实现电弱对称性破缺 (EWSB), 我们要求  $\mu^2 < 0$ 。此势能在  $\Phi = 0$  处不是最小值, 其极小值对应于非零场值  $|\Phi|^2 = -\mu^2/(2\lambda)$ 。

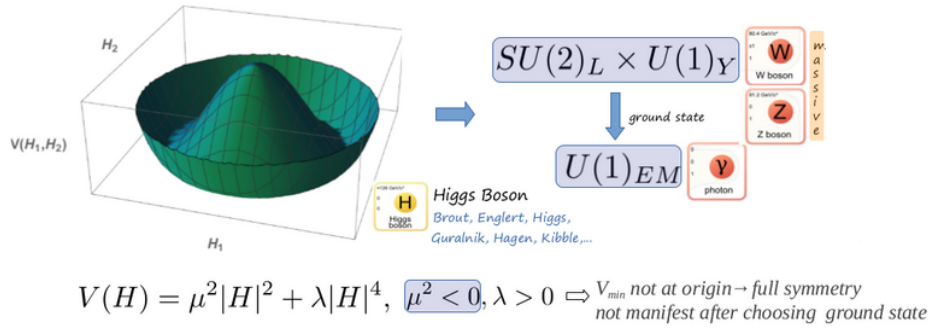


图 3: 希格斯势具有墨西哥帽的形状<sup>[10]</sup>

因此, 希格斯场获得一个真空期望值 (VEV), 在适当的规范选择下可写作:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad \text{其中 } v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}.$$

该真空期望值  $v \approx 246$  GeV, 被称为电弱能标。

该非零的 VEV 自发破缺了电弱对称性:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{\text{em}}.$$

而  $SU(3)_C$  对称性保持不变。未破缺的电磁对称性  $U(1)_{\text{em}}$  的生成元为电荷算符  $Q = T_3 + Y/2$ 。希格斯双重态  $\Phi$  含有四个实自由度, 其中三个通过希格斯机制“被吃掉”, 成为  $W^\pm$  和  $Z^0$  规范玻色子的纵向自由度<sup>[11]</sup>。剩下的一个自由度表现为一个物理标量粒子, 即希格斯玻色子 ( $H$ )。

在真空附近, 希格斯场在单位规范 (unitary gauge) 下可以参数化为:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix},$$

其中  $H(x)$  表示物理希格斯玻色子场。

将希格斯 VEV 代入 Yukawa 拉格朗日项会产生费米子质量项。我们以带电轻子的项为例:

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk, e}} = -y_e^{ij} \bar{L}_i \Phi e_{jR} + \text{h.c.} = -y_e^{ij} (\bar{\nu}_{iL}, \bar{e}_{iL}) \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_{jR} + \text{h.c.}$$

用 VEV 替换  $\Phi$  (忽略物理希格斯场  $H(x)$  对质量项的贡献):

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk, e}} \supset -y_e^{ij} (\bar{\nu}_{iL}, \bar{e}_{iL}) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} e_{jR} + \text{h.c.}$$

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk, e}} \supset -\frac{y_e^{ij} v}{\sqrt{2}} \bar{e}_{iL} e_{jR} + \text{h.c.}$$

该项耦合了带电轻子的左手和右手分量。 $\bar{e}_{iL} e_{jR} + \bar{e}_{jR} e_{iL}$  的组合构成了狄拉克质量项  $\bar{e}_i e_j$  的一部分。通过对 Yukawa 耦合矩阵  $y_e$  进行双酉变换（对左右手场分别对角化），可以获得物理质量本征态，其质量为：

$$(m_e, m_\mu, m_\tau) = \text{diag}(y_e^{\text{diag}} v / \sqrt{2}).$$

因此，拉格朗日量中包含形如  $-m_l \bar{l} l$  的质量项，对每个带电轻子  $l = e, \mu, \tau$  都成立。

类似地，将 VEV 代入  $\mathcal{L}_{\text{Yuk, d}}$  和  $\mathcal{L}_{\text{Yuk, u}}$ （此时使用  $\langle \tilde{\Phi} \rangle = (v/\sqrt{2}, 0)^T$ ）会为所有下型和上型夸克产生质量项  $-m_q \bar{q} q$ ，前提是对 Yukawa 矩阵  $y_d, y_u$  进行对角化。

因此，费米子的质量与其对希格斯场的 Yukawa 耦合成正比： $m_f = y_f v / \sqrt{2}$ 。希格斯机制在保持规范不变性的同时，为带电费米子以及  $W^\pm, Z^0$  玻色子成功地产生了质量。

## 2.5 标准模型中中微子的无质量性

在标准模型中，除了中微子外，所有费米子都通过与希格斯场的 Yukawa 耦合获得质量。然而，中微子的处理方式不同。至今尚未实验上发现右手中微子。标准模型的一个关键假设是：右手中微子  $\nu_R$  并不存在——它们不包含在理论的粒子内容中。因此，不能写出形如  $-m \bar{\nu}_L \nu_R$  的狄拉克质量项，因为这涉及一个标准模型中不存在的场。

因此，在标准模型的最简框架内，没有规范不变的机制来为中微子产生质量——无论是通过显式质量项  $m \bar{\nu} \nu$ ，还是通过自发对称性破缺和 Yukawa 耦合。中微子只能保持为无质量的 Weyl 费米子，仅由其左手分量  $\nu_{iL}$  描述，且只参与弱相互作用。

这种将中微子视为无质量粒子的处理在很长时间内与实验观测相符，并成为标准模型预测的基石之一。下一节将探讨该假设是否能经受得住日益精密的实验检验。

## 3 中微子质量的发现

粒子物理学的标准模型最初预测中微子是无质量的 Weyl 费米子，这一假设在很长一段时期内似乎与实验观测相符。然而，自 1960 年代以来积累的一系列实验结果，特别是对来自太阳和地球大气层中微子的研究，逐渐揭示出一种被称为“中微子味道振荡”的现象。这种振荡行为直接意味着中微子必须具有非零且不等的质量。本节将详细回顾那些奠定了中微子具有质量这一革命性发现的关键实验进展。

### 3.1 标准太阳模型与太阳中微子问题

标准太阳模型 (SSM) 是一个基于完善物理原理（包括流体静力学平衡、核聚变反应网络、能量通过辐射和对流传输）的高度成功的理论框架，用于精确描述太阳的内部结构、演化和能量产生机制<sup>[12]</sup>。该模型的核心是质子-质子 (pp) 链反应，以及在较热恒星中占主导的碳氮氧 (CNO) 循环，这些核聚变过程产生了太阳的主要能量，并释放出大量的电子中微子 ( $\nu_e$ )。SSM 对这些太阳中微子的总通量及其能谱做出了精确的预测，特别是对来自关键反应（如 pp 反应本身、 $^7\text{Be}$  电子俘获、以及高能  $^8\text{B}$  衰变）的中微子。此外，独立的天文观测，特别是日震学研究，通过探测太阳的振动模式精确地测量了太阳内部的声速剖面，其结果与 SSM 的预测高度一致，极大地增强了该模型的可信度。

“太阳中微子问题”这一长达数十年的谜题始于 1960 年代末，由 Ray Davis Jr. 领导的 Homestake 实验首次揭示。该实验创新性地使用了位于南达科他州一个深矿井中的一个巨大储罐，里面装有 615 吨四氯乙烯 ( $\text{C}_2\text{Cl}_4$ ，一种干洗液)。其探测原理是利用高能  $\nu_e$  与氯原子核发生逆衰变反应： $\nu_e + ^{37}\text{Cl} \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$ 。产生的放射性  $^{37}\text{Ar}$  原子（半衰期约 35 天）可以通过化学方法定期提取并计数其衰变。然而，经过多年的持续运行，Homestake 实验始终只探测到 SSM 预测通量的约三分之一。这一显著的“亏损”引发了激



烈的讨论：是实验本身存在未知的系统误差，还是 SSM 对太阳内部过程的描述存在根本性缺陷，抑或是中微子自身的性质超出了标准模型的范畴？

为了解决这个谜题并进一步探测不同能量范围的太阳中微子，后续开展了多个实验：

- **镓探测器**：包括位于意大利格兰萨索国家实验室的 GALLEX 实验及其后继者 GNO，以及位于俄罗斯巴克桑中微子观测站的 SAGE 实验。它们使用金属镓 ( $^{71}\text{Ga}$ ) 作为靶材，利用反应  $\nu_e + ^{71}\text{Ga} \rightarrow ^{71}\text{Ge} + e^-$ 。该反应的能量阈值非常低（约 0.233 MeV），使得镓探测器对来自 pp 链起点的低能 pp 中微子特别敏感，而这些中微子占据了太阳中微子总通量的绝大部分。这些实验测得的中微子通量大约是 SSM 预测值的 50% 到 60%。虽然仍然存在亏损，但比例与 Homestake 实验不同，暗示亏损可能与中微子能量有关。

这些使用不同探测技术（放射化学方法）和对不同能量范围敏感的实验得到的一致性亏损结果，使得将问题归咎于 SSM 存在重大缺陷的可能性大大降低。日益增长的证据开始指向一个更根本的可能性：太阳产生的  $\nu_e$  在从太阳核心传播到地球的过程中，可能发生了某种转变，变成了探测器无法探测或探测效率较低的其他类型中微子（ $\nu_\mu$  或  $\nu_\tau$ ）。

### 3.2 Super-Kamiokande 与大气中微子异常

Super-Kamiokande（简称 Super-K）是位于日本岐阜县神冈矿山地下 1000 米处的一个巨型水切伦科夫探测器。它包含一个直径约 39 米、高约 41 米的圆柱形不锈钢储罐，里面装有 5 万吨超纯水<sup>[13]</sup>。内壁上安装了约 11000 个大尺寸（直径 50 厘米）的光电倍增管（PMT），用于探测带电粒子在水中以超光速运动时产生的切伦科夫辐射。其巨大的体积和高灵敏度的光探测系统使其能够以前所未有的统计量研究来自太阳、地球大气层、超新星爆发等来源的中微子。对于太阳中微子，Super-K 主要通过探测中微子与水中电子发生的弹性散射（ $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$ ）来进行观测。反冲电子产生的切伦科夫光锥可以被 PMT 阵列捕捉，从而重建电子的能量和运动方向。由于需要反冲电子产生足够强的信号以区别于低能放射性背景，Super-K 的太阳中微子探测阈值大约在 5 MeV 左右，这意味着它主要对能量较高的  $^8\text{B}$  太阳中微子敏感。Super-K 的观测结果以极高的统计精度确认了 Homestake 和镓实验观测到的  $\nu_e$  亏损，其测量的通量约为 SSM 预测的 45%。同时，通过重建反冲电子的方向，Super-K 明确证实了这些中微子确实来自太阳方向，排除了其他天体物理来源的可能性。其测量的  $^8\text{B}$  中微子能谱形状与 SSM 预测基本一致，没有明显的扭曲。

然而，Super-K 最重要的贡献之一来自于对大气中微子的研究。大气中微子是宇宙射线（主要是高能质子和原子核）撞击地球高层大气中的氮、氧等原子核时产生的次级粒子。这些相互作用产生大量的介子（pions）和 K 介子（kaons），它们随后会快速衰变。例如，一个典型的衰变链是  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ，接着  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ 。基于这个产生机制，理论预测到达地面的  $\nu_\mu$  及其反粒子  $\bar{\nu}_\mu$  的通量应该大约是电子型中微子（ $\nu_e$  及其反粒子  $\bar{\nu}_e$ ）通量的两倍，即  $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_e) \approx 2$ 。

Super-K 可以通过分析切伦科夫环的形态来区分由  $\nu_e$  和  $\nu_\mu$  引起的事件。当  $\nu_e$  与水中的核子相互作用产生电子（或正电子）时，电子会因为多次散射而产生一个边缘模糊的“弥散”切伦科夫环。而当  $\nu_\mu$  相互作用产生  $\mu^\pm$ （或反  $\mu^\pm$ ）时，由于  $\mu^\pm$  质量较大，穿透力强，通常在被探测到之前不会发生显著散射，因此会产生一个边缘清晰的“锐利”切伦科夫环。Super-K 对大量大气中微子事件的分析揭示了一个惊人的现象，这被称为“大气中微子异常”：

- 对于从上方（天顶角较小）到达探测器的中微子，观测到的  $\nu_\mu/\nu_e$  通量比接近于理论预期值 2。
- 然而，对于从下方（天顶角较大，即穿过整个地球后）到达探测器的中微子，观测到的  $\nu_\mu$  通量显著低于预期，导致  $\nu_\mu/\nu_e$  通量比远小于 2，接近于 1。
- 与此同时， $\nu_e$  的通量在所有方向上都与理论预期基本一致。

这种强烈的依赖于中微子传播距离（由天顶角决定）的  $\nu_\mu$  亏损现象，无法用已知的地球磁场效应或中微子与地球物质的相互作用截面差异来解释。最自然的解释是，一部分  $\nu_\mu$  在长距离传播（穿越地球，距离

可达上万公里)的过程中,转变成了探测器难以区分或探测效率不同的另一种味道中微子,最可能的是  $\nu_\tau$ , 因为  $\nu_e$  的通量并未减少。这一发现为中微子振荡提供了极其有力的证据<sup>[14]</sup>。

### 3.3 中微子振荡与味道混合

中微子振荡的物理基础在于,弱相互作用中产生和探测到的中微子“味道本征态”( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ )与在真空中自由传播的具有确定质量的“质量本征态”( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ , 对应质量分别为  $m_1, m_2, m_3$ )并非同一个基组。它们之间通过一个幺正混合矩阵——庞蒂科夫-牧-中川-坂田 (Pontecorvo – Maki – Nakagawa – Sakata, PMNS) 矩阵  $U$  联系起来:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (\alpha = e, \mu, \tau)$$

其中  $U_{\alpha i}$  是 PMNS 矩阵的元素,描述了味道态  $\nu_\alpha$  中质量态  $\nu_i$  的振幅。当一个特定味道中微子(例如  $\nu_e$ )产生后开始传播时,其构成成分——质量本征态  $|\nu_i\rangle$  会根据各自的能量  $E_i$  和质量  $m_i$  进行演化。对于高能(相对论性)中微子,其能量  $E_i \approx \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p} \approx E + \frac{m_i^2}{2E}$ , 其中  $E$  是中微子的平均能量。因此,每个质量本征态在传播距离  $L$  (时间  $t \approx L$ ) 后的相位因子为  $e^{-i(E_i t - pL)} \approx e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}}$ 。由于  $m_i$  不相等,不同质量本征态积累的相位不同,导致它们之间的量子干涉模式随传播距离  $L$  和能量  $E$  而变化。这使得在距离源  $L$  处探测时,原始的味道态(如  $\nu_e$ )有一定概率转变为另一种味道态(如  $\nu_\mu$  或  $\nu_\tau$ )。

为了简化理解,考虑只有两种中微子(例如  $\nu_\mu$  和  $\nu_\tau$ )参与混合的情况。此时,从味道  $\nu_\alpha$  转变为味道  $\nu_\beta$  ( $\alpha \neq \beta$ ) 的概率由以下公式给出:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L, E) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)$$

其中  $\theta$  是这两种中微子之间的混合角,描述了味道态与质量态的混合程度;  $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$  是两个质量本征态的平方质量差;  $L$  是中微子从源到探测器的传播距离;  $E$  是中微子的能量。(在自然单位制  $\hbar = c = 1$  下,通常将  $\Delta m^2$  以  $\text{eV}^2$  为单位,  $L$  以  $\text{km}$  为单位,  $E$  以  $\text{GeV}$  为单位,此时公式中的系数为  $1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{km}] / E [\text{GeV}]$ )。中微子保持其原始味道的概率为  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ 。

这个理论框架能够完美地解释观测到的两大中微子异常:

- **大气中微子异常:** Super-K 观测到的天顶角依赖的  $\nu_\mu$  亏损,可以通过  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  振荡来解释。这要求一个相对较大的质量平方差,实验拟合给出  $|\Delta m_{32}^2| \approx 2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ , 以及一个接近最大的混合角  $\theta_{23} \approx 45^\circ$  ( $\sin^2(2\theta_{23}) \approx 1$ )。对于穿越地球的中微子 ( $L \sim 10^4 \text{km}$ ), 其振荡效应在  $\text{GeV}$  能量段最为显著,与观测一致。
- **太阳中微子问题:** 观测到的能量依赖的  $\nu_e$  亏损,可以通过  $\nu_e$  向  $\nu_\mu$  和  $\nu_\tau$  的振荡来解释,主要由  $\nu_e \leftrightarrow \nu_2$  混合驱动(其中  $\nu_2$  是  $\nu_\mu$  和  $\nu_\tau$  的某种组合)。这要求一个更小的质量平方差,  $\Delta m_{21}^2 \approx 7.5 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ , 以及一个较大的混合角  $\theta_{12} \approx 34^\circ$ 。此外,对于太阳中微子,还需要考虑它们在穿过太阳致密物质时发生的“物质效应”,即米赫耶夫-斯米尔诺夫-沃尔芬斯坦 (MSW) 效应。这种效应会改变中微子在物质中的有效质量和混合角,对于特定能量范围的  $\nu_e$  可以极大地增强其向其他味道的转换效率,从而解释为何不同能量的太阳中微子实验观测到不同比例的亏损。

最终,对太阳中微子问题做出决定性裁决的是位于加拿大萨德伯里的中微子观测站 (Sudbury Neutrino Observatory, SNO)。SNO 实验的独特之处在于它使用了 1000 吨重水 ( $\text{D}_2\text{O}$ ) 作为探测介质。重水使得 SNO 能够通过三种不同的反应同时测量太阳中微子:

1. **荷电流反应 (CC):**  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ 。这个反应的阈值较高,只对  $\nu_e$  敏感。产生的电子会发出切伦科夫光被探测到。通过测量该反应的速率,可以确定到达探测器的  $\nu_e$  通量  $\Phi_{CC}(\nu_e)$ 。
2. **中性流反应 (NC):**  $\nu_x + d \rightarrow p + n + \nu_x$  ( $x = e, \mu, \tau$ )。这个反应对所有三种活动中微子味道都具有相同的反应截面。它通过探测反应释放出的自由中子(中子在重水中被俘获时会发出射线)

来测量。因此，NC 反应的速率直接给出了到达探测器的所有活动中微子 ( $\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau$ ) 的总通量  $\Phi_{NC}(\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau)$ 。

3. **弹性散射反应 (ES):**  $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$ 。这个反应对所有味道中微子都敏感，但  $\nu_e$  的散射截面远大于  $\nu_\mu$  和  $\nu_\tau$  的截面。通过测量反冲电子的方向，可以确认中微子来自太阳。

SNO 的测量结果具有里程碑意义：他们发现，仅由  $\nu_e$  贡献的 CC 反应测得的通量  $\Phi_{CC}(\nu_e)$  确实只有 SSM 预测的总通量的约三分之一，与之前的实验结果一致。然而，通过 NC 反应测得的所有活动中微子的总通量  $\Phi_{NC}(\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau)$  却与 SSM 对初始  $\nu_e$  总通量的预测在误差范围内完美符合！这无可辩驳地证明了：太阳确实产生了 SSM 所预测数量的  $\nu_e$ ，但在传播到地球的过程中，大约三分之二的  $\nu_e$  通过振荡机制转变成了  $\nu_\mu$  和  $\nu_\tau$ 。太阳中微子问题得到了彻底解决，中微子振荡假说得到了最终证实。

### 3.4 总结

综合来自太阳中微子实验 (Homestake, Gallium, Super-K, SNO 等) 和大气中微子实验 (Super-K 等，以及后来的长基线加速器实验) 的结果，物理学家们得出了一个坚实的结论：中微子在传播过程中确实会发生味道的改变，即中微子振荡。根据量子力学，振荡现象的发生要求参与混合的粒子必须具有不为零且互不相同的质量 (即  $\Delta m^2 \neq 0$ )。因此，中微子振荡的发现直接证明了至少有两种中微子具有质量，这与标准模型中假设中微子严格无质量的基本前提相悖。

中微子质量的发现是粒子物理学领域的一个重大突破，它是第一个确凿无疑地指向标准模型之外新物理的实验证据。它不仅解决了长期存在的太阳中微子和大气中微子之谜，也开启了探索中微子物理性质的新时代。为表彰在发现中微子振荡过程中的开创性贡献，Ray Davis Jr. 和 Masatoshi Koshihara 分享了 2002 年诺贝尔物理学奖，Takaaki Kajita 和 Arthur B. McDonald 分享了 2015 年诺贝尔物理学奖。

尽管我们已经确定中微子有质量，但仍有许多关键问题悬而未决，构成了当前和未来中微子研究的核心：

- 中微子的绝对质量尺度是多少？(振荡实验只能测量质量平方差  $\Delta m^2$ ，不能确定单个质量  $m_i$  的大小)
- 中微子的质量是如何排序的？(是“正常质量等级”  $m_1 < m_2 \ll m_3$ ，还是“反转质量等级”  $m_3 \ll m_1 < m_2$ ?)
- 中微子混合矩阵 PMNS 中是否存在 CP 破坏相位？(这可能与宇宙中物质-反物质不对称的起源有关)
- 中微子是狄拉克粒子 (粒子与反粒子不同) 还是马约拉纳粒子 (粒子与反粒子是同一个)？(这关系到中微子质量的起源机制)
- 是否存在超出三种已知活动中微子之外的“惰性中微子”？

解答这些问题将需要更精确的振荡实验、寻找无中微子双  $\beta$  衰变的实验、以及来自宇宙学观测和直接质量测量的输入，它们是当前粒子物理和天体物理前沿研究的重要组成部分。

## 4 超越标准模型的理论框架

中微子振荡的实验证实 (也即中微子具有非零质量) 是最明确、最重要的超越标准模型 (BSM) 物理的证据。由于最小标准模型中没有中微子质量的机制，理论物理学家发展了各种扩展模型来解释这一现象。一个关键挑战不仅是赋予中微子质量，还要解释为何它们的质量远小于带电轻子和夸克的质量 (至少比电子轻  $10^6$  倍)。

### 4.1 狄拉克型中微子

一种直接扩展标准模型的方法是将中微子视为狄拉克粒子，就像其他费米子一样，这就需要引入右手中微子分量  $\nu_{iR}$  (对于每一代  $i = 1, 2, 3$ )，它们在最小标准模型中是缺失的。

为了允许规范不变的质量项，这些  $\nu_R$  场必须是标准模型规范群  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  下的规范不变单态。这意味着它们电荷为零 ( $Q = 0$ )、弱同位旋为零 ( $T_3 = 0$ )、弱超荷为零 ( $Y = 0$ )。因此，这些右手中微子不参与任何标准模型的相互作用（强、弱、电磁），只可能通过引力或希格斯机制参与作用，通常称为“惰性”中微子。

当我们引入左手双重态  $L_i = (\nu_{iL}, e_{iL})^T$  和右手单重态  $\nu_{jR} \sim (1, 1, 0)$  时，可以构造一个类似于带电轻子和夸克的规范不变 Yukawa 相互作用项：

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk}, \nu} = -y_\nu^{ij} \bar{L}_i \tilde{\Phi} \nu_{jR} + \text{h.c.}$$

其中， $y_\nu$  是  $3 \times 3$  的中微子 Yukawa 耦合矩阵。在电弱对称性破缺后，将希格斯场的真空期望值代入该项，将产生中微子的狄拉克质量矩阵：

$$\mathcal{L}_{\text{mass}, D} = -(M_D)_{ij} \bar{\nu}_{iL} \nu_{jR} + \text{h.c.}$$

其中  $(M_D)_{ij} = y_\nu^{ij} v / \sqrt{2}$ 。对该矩阵进行对角化后，可以得到三个具有质量的狄拉克型中微子，类似于带电轻子和夸克。

然而，实测中微子的质量极小（小于电子伏特）。为了通过狄拉克机制解释这一点，Yukawa 耦合  $y_\nu^{ij}$  必须非常微小，即  $y_\nu \lesssim 10^{-12}$ 。虽然这是可能的，但与其他费米子的 Yukawa 耦合（例如  $y_t \approx 1$ ）相比，这种极端差异在该简单框架中缺乏令人信服的理论解释，通常被认为是不自然的。

## 4.2 马约拉纳型中微子

对于电中性费米子，除了狄拉克质量项之外，还存在另一种构造洛伦兹不变质量项的方式，即马约拉纳 (Majorana) 质量项<sup>[15]</sup>。马约拉纳费米子是自身的反粒子。其质量项在拉格朗日量中将左手分量直接耦合到其自身的右手共轭分量（反粒子场），形式如下：

$$\mathcal{L}_{\text{Majorana}} = -\frac{1}{2} m_M \bar{\psi}^c \psi + \text{h.c.} = -\frac{1}{2} m_M (\psi^T C^{-1} \psi) + \text{h.c.}$$

其中  $\psi$  是四分量旋量， $\psi^c = C \bar{\psi}^T$  是其电荷共轭场， $C$  是电荷共轭矩阵。对于 Weyl 旋量，马约拉纳质量项将同手性的旋量耦合起来，例如，对于左手 Weyl 旋量  $\nu_L$ ，质量项为  $\frac{1}{2} m_L \nu_L^T i \sigma_2 \nu_L + \text{h.c.}$ ；对于右手 Weyl 旋量  $\nu_R$ ，质量项为  $\frac{1}{2} M_R \nu_R^T i \sigma_2 \nu_R + \text{h.c.}$ 。重要的是，这种类型的质量项违反了费米子数守恒（轻子数守恒  $\Delta L = 2$ ）。现在我们来分析在标准模型框架下，中微子是否可以具有马约拉纳质量项：

先考虑左手中微子马约拉纳质量项：

$$\mathcal{L}_L = -\frac{1}{2} m_L \overline{(\nu_L)^c} \nu_L + \text{h.c.}$$

在标准模型中， $\nu_L$  是左手轻子双重态  $L = (\nu_L, \ell_L)^T$  的上分量，该双重态在  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  下的变换属性为  $(1, 2, -1/2)$ 。我们需要检查由两个  $L$  场构成的组合是否能形成规范不变的标量项。

- 在  $SU(2)_L$  下： $L$  变换为  $\mathbf{2}$ 。组合  $L^T i \sigma_2 L$  可以形成  $SU(2)_L$  单态。
- 在  $U(1)_Y$  下： $L$  的超荷为  $Y_L = -1/2$ 。因此，由两个  $L$  场构成的项  $LL$  的总超荷为  $Y = Y_L + Y_L = -1$ 。由于总超荷不为零，该项在  $U(1)_Y$  下不是不变的。

因此，一个直接的、可重整化的左手中微子马约拉纳质量项  $m_L$  被标准模型的  $U(1)_Y$  规范对称性所禁止。

现在考虑惰性右手中微子的马约拉纳质量项：

$$\mathcal{L}_R = -\frac{1}{2} M_R \overline{(\nu_R)^c} \nu_R + \text{h.c.}$$

根据假设， $\nu_R$  是标准模型规范群  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  下的完全单态，其变换属性为  $(1, 1, 0)$ 。

- 在  $SU(2)_L$  下： $\nu_R$  变换为  $\mathbf{1}$ 。由两个  $\nu_R$  场构成的项显然是  $SU(2)_L$  单态，保持不变。

- 在  $U(1)_Y$  下:  $\nu_R$  的超荷为  $Y_R = 0$ 。因此, 由两个  $\nu_R$  场构成的项的总超荷为  $Y = Y_R + Y_R = 0$ 。该项在  $U(1)_Y$  下是不变的。

因此, 一个右手中微子的马约拉纳质量项  $M_R$  符合标准模型的规范对称性。由于  $\nu_R$  是规范单态, 其马约拉纳质量  $M_R$  的大小不受标准模型对称性 (特别是电弱对称性破缺尺度  $v$ ) 的限制。 $M_R$  可以是一个远超电弱尺度  $v$  的任意大的新物理能标。

### 4.3 跷跷板机制 (Type I)

最流行和简洁的解释中微子质量微小性的机制之一是跷跷板机制 (Seesaw Mechanism)。Type I 跷跷板机制同时利用了上一节讨论的狄拉克质量项和右手中微子马约拉纳质量项。

该模型包含标准模型的左手中微子  $\nu_L$  (作为  $SU(2)_L$  双重态的一部分) 和假定的右手惰性中微子  $\nu_R$  ( $SU(2)_L \times U(1)_Y$  单态)。

- 一个狄拉克质量项  $m_D$  可以通过  $\nu_L$  和  $\nu_R$  与希格斯场的 Yukawa 耦合  $y_\nu \bar{L} \tilde{\Phi} \nu_R$  在电弱对称性破缺后产生, 其大小为  $m_D = y_\nu v / \sqrt{2}$ 。
- 一个右手中微子的马约拉纳质量项  $M_R$  是规范对称性允许的, 其尺度  $M_R$  不受电弱能标限制, 可以远大于  $m_D$ 。

将这些项组合起来, 在中微子味空间的基  $(\nu_L, (\nu_R)^c)$  下, 中微子的总质量拉格朗日量可以写成矩阵形式:

$$\mathcal{L}_{\text{mass}, \nu} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \overline{(\nu_R)^c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

质量矩阵为:

$$\mathcal{M}_\nu = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix}$$

物理中微子的质量是该质量矩阵  $\mathcal{M}_\nu$  的本征值。跷跷板机制的核心假设是右手中微子的马约拉纳质量远大于狄拉克质量, 即  $M_R \gg m_D$ 。我们来求解本征值  $\lambda$ :

$$\det(\mathcal{M}_\nu - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} -\lambda & m_D \\ m_D & M_R - \lambda \end{pmatrix} = (-\lambda)(M_R - \lambda) - m_D^2 = \lambda^2 - \lambda M_R - m_D^2 = 0$$

解这个二次方程得到:

$$\lambda = \frac{M_R \pm \sqrt{M_R^2 + 4m_D^2}}{2}$$

在  $M_R \gg m_D$  的条件下, 我们可以展开平方根:  $\sqrt{M_R^2 + 4m_D^2} = M_R \sqrt{1 + \frac{4m_D^2}{M_R^2}} \approx M_R (1 + \frac{1}{2} \frac{4m_D^2}{M_R^2}) = M_R + \frac{2m_D^2}{M_R}$ 。代入本征值方程:

$$\lambda \approx \frac{M_R \pm (M_R + \frac{2m_D^2}{M_R})}{2}$$

这给出了两个本征值:

- $\lambda_1 \approx \frac{M_R + (M_R + 2m_D^2/M_R)}{2} = M_R + \frac{m_D^2}{M_R} \approx M_R$
- $\lambda_2 \approx \frac{M_R - (M_R + 2m_D^2/M_R)}{2} = -\frac{m_D^2}{M_R}$

物理质量是本征值的绝对值。因此, 我们得到两个马约拉纳中微子质量本征态:

1. 一个非常重的态  $N$ , 其质量  $m_N \approx M_R$ 。该态主要由右手惰性中微子  $\nu_R$  组成。
2. 一个非常轻的态  $\nu$ , 其质量  $m_\nu \approx \frac{m_D^2}{M_R}$ 。该态主要由标准模型的左手中微子  $\nu_L$  组成。

这就是“跷跷板”机制名称的由来: 一个大的质量尺度  $M_R$  (跷跷板的一端升高) 自然地导致一个小的质量尺度  $m_\nu$  (跷跷板的另一端降低)。如果  $m_D$  是电弱尺度 (例如  $\sim 100$  GeV), 而  $M_R$  是某个非常大的

新物理尺度 (例如 GUT 尺度  $\sim 10^{14} - 10^{15}$  GeV), 那么轻中微子的质量  $m_\nu \sim (100 \text{ GeV})^2 / (10^{14} \text{ GeV}) = 10^{-10} \text{ GeV} \sim 0.1 \text{ eV}$ , 这恰好与实验观测到的中微子质量平方差所暗示的质量尺度一致<sup>[16]</sup>。

因此, Type I 跷跷板机制提供了一个非常自然的、优雅的框架来解释为什么观测到的中微子质量如此之小, 同时它预测:

- 中微子是马约拉纳粒子 (因为质量本征态是马约拉纳型的)。
- 存在非常重的惰性中微子伙伴  $N$  (质量约为  $M_R$ )。
- 轻子数  $L$  不是守恒量。

寻找这些重中微子或检验轻子数破坏过程 (如中微子双贝塔衰变) 是验证跷跷板机制的关键实验方向。

## 5 结论

中微子在粒子物理学中的旅程充满了深刻的惊喜。最初被假设作为一种无质量、无电荷、弱相互作用的“幽灵”粒子, 用以在  $\beta$  衰变中守恒能量与动量, 中微子被纳入标准模型时被视为无质量的左手 Weyl 费米子。这一最简图像在几十年内成功地解释了大量实验数据。

然而, 太阳与大气中微子通量中持续存在的异常, 最终在 Super-Kamiokande 和 Sudbury 中微子观测站的决定性观测中被确认为中微子发生味振荡。这一现象要求中微子具有非零的质量差异, 即至少有两种中微子具有质量。这一发现成为第一个明确需要超越标准模型物理的实验证据。

解释中微子质量的起源以及其极端小量, 成为当代理论物理的重要驱动力。引入右手中微子可以生成狄拉克质量, 但这需要非常小的 Yukawa 耦合, 这是不自然的。另一种优雅的解释是 seesaw 机制, 它将观测到的中微子极小质量与新、极重粒子的存在联系起来 (通常是右手马约拉纳型中微子), 并暗示中微子可能是马约拉纳粒子。这一可能性打开了轻子数不守恒的大门, 并可能通过轻子生成机制与宇宙中的物质-反物质不对称密切相关。

尽管取得了巨大进展, 关于中微子的基本问题仍未解答:

- 中微子的绝对质量标度是多少? (由宇宙学和如 KATRIN 等  $\beta$  衰变末端实验探索)。
- 中微子质量本征态的排序是怎样的? 是正常级联 ( $m_1 < m_2 < m_3$ ) 还是倒转级联 ( $m_3 < m_1 < m_2$ )? (由 JUNO、DUNE、Hyper-K 等振荡实验研究)。
- 中微子是狄拉克粒子还是马约拉纳粒子? (通过如 LEGEND、nEXO、CUPID 等无中微子双  $\beta$  衰变实验探测)。
- 在轻子部分是否存在类似于夸克的 CP 破坏? (通过精密的振荡实验, 如 T2K、NOvA, 以及未来的 DUNE 和 T2HK/Hyper-K 测量 CP 相位  $\delta_{CP}$ )。
- 是否存在除三种活性味道之外的其他“惰性”中微子种类, 可能在 eV 级或更高能尺度? (通过短基线振荡实验和宇宙学观测研究)。

中微子物理仍是一个充满活力且至关重要的前沿领域, 为我们探索物质的基本结构、对称性的本质以及宇宙演化过程提供了独特视角。揭示中微子尚存的奥秘, 将指引我们深入理解超越标准模型的自然法则。

## 参考文献

- [1] MissMJ and Cush and CPEs. *Standard Model of Elementary Particles*. Accessed: 2025-04-23. 2008. URL: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/00/Standard\\_Model\\_of\\_Elementary\\_Particles.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/00/Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg).
- [2] David J. Gross and Frank Wilczek. “Asymptotically Free Gauge Theories. I”. In: *Phys. Rev. D* 8.10 (1973), pp. 3633–3652. DOI: 10.1103/PhysRevD.8.3633.
- [3] Steven Weinberg. “A Model of Leptons”. In: *Phys. Rev. Lett.* 19.21 (1967), pp. 1264–1266. DOI: 10.1103/PhysRevLett.19.1264.

- [4] Abdus Salam. “Weak and Electromagnetic Interactions”. In: *Selected Papers of Abdus Salam*. Ed. by A. Ali and T. W. B. Kibble. Vol. 5. World Scientific Series in 20th Century Physics. Originally presented at the 8th Nobel Symposium, 1968. Singapore: World Scientific, 1994, pp. 367–377. DOI: 10.1142/9789812795915\_0034.
- [5] P. A. M. Dirac. “The Quantum Theory of the Electron”. In: *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 117.778 (Feb. 1928), pp. 610–624. DOI: 10.1098/rspa.1928.0023.
- [6] R. P. Feynman and Murray Gell-Mann. “Theory of the Fermi Interaction”. In: *Phys. Rev.* 109.1 (Jan. 1958), pp. 193–198. DOI: 10.1103/PhysRev.109.193.
- [7] 李政道 和 杨振宁. “Question of Parity Conservation in Weak Interactions”. In: *Phys. Rev.* 104.1 (1956), pp. 254–258. DOI: 10.1103/PhysRev.104.254.
- [8] Wikipedia contributors. *Chirality (physics)*. Last edited 5 February 2025; accessed 23 April 2025. 2025. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Chirality\\_\(physics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Chirality_(physics)).
- [9] P. W. Higgs. “Broken symmetries, massless particles and gauge fields”. In: *Phys. Lett.* 12.2 (1964), pp. 132–133. DOI: 10.1016/0031-9163(64)91136-X.
- [10] Max Planck Institute for Nuclear Physics. *Electroweak Symmetry Breaking (EWSB) Diagram*. Accessed: 2025-04-23. URL: [https://www.mpi-hd.mpg.de/mpi/fileadmin/\\_processed\\_/5/9/csm\\_EWSB\\_82fc70d632.png](https://www.mpi-hd.mpg.de/mpi/fileadmin/_processed_/5/9/csm_EWSB_82fc70d632.png).
- [11] P. W. Higgs. “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons”. In: *Phys. Rev. Lett.* 13 (1964), pp. 508–509. DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.508.
- [12] Wikipedia contributors. *Standard Solar Model*. Accessed: 2025-04-29. Wikipedia. 2024. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Standard\\_solar\\_model](https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_solar_model).
- [13] Wikipedia contributors. *Super-Kamiokande*. Accessed: 2025-04-29. 2025. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Super-Kamiokande>.
- [14] Y. Fukuda et al. “Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos”. In: *Physical Review Letters* 81.8 (1998), pp. 1562–1567. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.1562.
- [15] Peter Minkowski. “ $\mu \rightarrow e\gamma$  at a Rate of One Out of  $10^9$  Muon Decays?” In: *Phys. Lett. B* 67 (1977), pp. 421–428. DOI: 10.1016/0370-2693(77)90435-X.
- [16] R. N. Mohapatra and G. Senjanović. “Neutrino Mass and Spontaneous Parity Violation”. In: *Phys. Rev. Lett.* 44 (1980), pp. 912–915. DOI: 10.1103/PhysRevLett.44.912.